

Графы

Алексей Владыкин

СПбГУ ИТМО

12 апреля 2010

Классические задачи теории графов

- Задача о Кёнигсбергских мостах (Эйлер, 1736 г.).
- Задача о трёх домах и трёх колодцах (1930 г.).
- Задача о четырёх красках (1852–1976 гг.).

Определения

- Граф — пара (V, E) , где V — множество вершин, $E \subset V \times V$ — множество неупорядоченных пар различных вершин (рёбер).
- Ориентированный граф (орграф) — пара (V, E) , где V — множество вершин, $E \subset V \times V$ — множество упорядоченных пар различных вершин (дуг).
- Псевдограф — граф с петлями.
- Мультиграф — граф с кратными рёбрами.
- Гиперграф — граф с гиперрёбрами.
- Помеченный граф — граф с метками на вершинах и/или рёбрах.

Определения

- Ребро (u, v) *инцидентно* вершинам u и v .
- Вершина v *смежна* с вершиной u , если есть ребро (u, v) .
- Степень вершины — количество инцидентных ей рёбер.
- Путь из вершины v_1 в вершину v_k — последовательность попарно смежных вершин v_1, \dots, v_k .
- Цикл — путь, в котором $v_1 = v_k$.
- Граф *связен*, если между любой парой вершин существует путь.
- Дерево (без выделенного корня) — связный ациклический граф.

Представление графов в программе

Матрица смежности	$O(V ^2)$
Матрица инцидентности	$O(V \cdot E)$
Списки смежности	$O(V + E)$
Список рёбер	$O(E)$

Обход графа

- 1 Пометить начальную вершину и добавить её в накопитель.
 - 2 Извлечь вершину v из накопителя и вывести её.
 - 3 Пометить и добавить в накопитель все непомяченные вершины, смежные с v .
 - 4 Перейти к п. 2.
Алгоритм завершается, когда в п. 2 накопитель пуст.
- Обход в ширину (накопитель — очередь)
 - Обход в глубину (накопитель — стек)

Топологическая сортировка

- Задан оргграф (V, E) . Расположить его вершины вдоль оси x так, чтобы все дуги были сонаправленны с осью x .
 - На множестве V задан частичный порядок. Построить на его основе полный порядок.
- 1 Пометить вершины с входящей степенью 0.
 - 2 Взять произвольную помеченную вершину v , вывести её и снять с неё пометку.
 - 3 Удалить из графа все инцидентные v рёбра и пометить вершины, потерявшие последнее входящее ребро.
 - 4 Перейти к п. 2.
Алгоритм завершается, когда в п. 2 нет помеченных вершин.
 - 5 Проверка отсутствия циклов: в графе должно не остаться ни одного ребра.